



Universidad de La Laguna

**Guía Didáctica
Mecánica Teórica
(2010-2011)**

Vicente Delgado Borges

**Departamento de Física Fundamental II
Universidad de La Laguna**

<http://webpages.ull.es/users/vdelgado>

1. DESCRIPCIÓN

La asignatura de Mecánica Teórica de la Licenciatura de Físicas de la Universidad de La Laguna es una asignatura troncal de 6 créditos que se imparte en el primer cuatrimestre del tercer curso. Su carga docente corresponde a cuatro horas semanales de clase que se reparten entre teoría y problemas.

El carácter troncal de esta asignatura es un mero reflejo de su papel fundamental en la formación de cualquier físico.

La Mecánica Teórica que esencialmente abarca la formulación analítica de las leyes básicas que gobiernan el comportamiento de los sistemas macroscópicos proporciona asimismo el marco conceptual en el que se sustentan muchas otras disciplinas físicas. En particular, asignaturas como la Mecánica Cuántica, la Física Estadística, la Mecánica de Fluidos, la Relatividad Especial y la Relatividad General, la Física de la Atmósfera, la Física del Estado Sólido, la Física Atómica y Molecular, la Teoría Cuántica de Campos, entre otras, hacen un uso extensivo de la formulación y los conceptos de la Mecánica Teórica.

De hecho la Mecánica Teórica resulta indispensable en casi todas las ramas de la Física, y por este motivo constituye una asignatura esencial en la formación de un físico.

2. CONTEXTO EN EL QUE SE ENMARCA LA ASIGNATURA

Situada en el primer cuatrimestre del tercer curso de la Licenciatura, la Mecánica Teórica ocupa un lugar central dentro del periodo de formación del alumno.

Los alumnos que cursan esta asignatura han cursado ya numerosas asignaturas de Métodos Matemáticos (Métodos Matemáticos I-VI) por lo que conocen la práctica totalidad de la herramienta matemática necesaria. Conocen el álgebra y el cálculo vectorial, el cálculo diferencial e integral, los operadores diferenciales, las estructuras algebraicas. En particular han estudiado los espacios vectoriales, las aplicaciones lineales, el álgebra de matrices y las ecuaciones de valores propios. También han estudiado las ecuaciones diferenciales tanto ordinarias como en derivadas parciales, las transformaciones de Fourier y Laplace, así como una introducción a las ecuaciones integrales.

Con estos conocimientos el formalismo matemático requerido resultará familiar y no debería representar ninguna dificultad para el alumno.

Por otra parte, en el primer curso de la Licenciatura los alumnos han tenido ya un primer contacto con los conceptos de la Mecánica Teórica en las asignaturas de Física Básica y Mecánica y Ondas. En particular, en esta última se les ha introducido los conceptos de ligaduras (tanto holónomas como no holónomas), coordenadas generalizadas y desplazamientos virtuales infinitesimales. También han estudiado el Principio de D'Alembert y han obtenido las ecuaciones de Lagrange para

el caso de sistemas con ligaduras holónomas. Asimismo han tenido una introducción a la formulación Hamiltoniana y han aplicado el formalismo estudiado al análisis de sistemas sencillos, de entre los que destaca el problema de dos cuerpos sometidos a fuerzas centrales.

En la asignatura de Mecánica y Ondas, sin embargo, no se llega a abordar el estudio de sistemas con ligaduras no holónomas, ni el estudio del movimiento del sólido rígido o de sistemas de varios grados de libertad sometidos a pequeñas oscilaciones. Este hecho condiciona en gran medida el Programa de la asignatura de Mecánica Teórica.

3. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

Entre los objetivos específicos que se pretenden conseguir con el desarrollo del Programa de esta asignatura cabe destacar los siguientes:

- Complementar los conocimientos adquiridos previamente en la asignatura de Mecánica y Ondas, de manera que tras cursar la asignatura de Mecánica Teórica el alumno disponga de un amplio conocimiento de esta disciplina a un nivel comparable al del libro de H. Goldstein (un clásico en este campo).

Con este fin la asignatura se ha planteado como una continuación natural de la primera y de hecho el Programa arranca del punto dónde quedó aquella.

- Proporcionar los fundamentos necesarios para el desarrollo de las múltiples asignaturas de la Licenciatura que hacen uso del formalismo y los conceptos de la Mecánica Teórica.
- Proporcionar un conocimiento operativo de la Mecánica Teórica, de modo que el alumno aprenda a desarrollar aquellas destrezas que le permitan aplicar los conceptos aprendidos para abordar la resolución de problemas diversos.

Por este motivo la resolución de problemas tiene un peso muy importante tanto en el desarrollo del curso como en los criterios de evaluación.

Como objetivos más generales se pretende:

- Estimular la curiosidad del alumno y su deseo de aprender.
- Desarrollar su capacidad de abstracción de modo que favorezca la asimilación del conocimiento científico.
- Fomentar el desarrollo de un espíritu crítico e interés científico.
- Familiarizar al alumno con el método inductivo-deductivo de la ciencia.

Para facilitar estos objetivos se intentará promover la participación activa de los alumnos, por ejemplo planteando las explicaciones como una invitación a dar los pasos siguientes. Esto pondría a los alumnos en posición de descubrir por sí mismos los problemas que conlleva cualquier desarrollo científico, estimulando el desarrollo de su capacidad lógica y actitud crítica.

Por otra parte, la forma en que el alumno plantea la resolución de los problemas propuestos permite medir el grado de asimilación de los

conceptos estudiados y refleja el dominio que ha adquirido en la materia.

Por este motivo las clases de problemas tendrán un peso muy importante en el desarrollo de esta asignatura.

La colección de problemas está cuidadosamente escogida con un nivel creciente de dificultad para facilitar la comprensión de los conceptos teóricos.

4. EVALUACIÓN

La evaluación se llevará a cabo mediante un examen escrito que se realizará según el calendario establecido por la Facultad, en dos convocatorias. El examen constará de dos partes: teoría y problemas.

La parte de teoría, que consistirá en cuestiones breves sobre el temario desarrollado en clase, supondrá el 30% de la calificación final.

La parte de problemas consistirá en la resolución de varios problemas, con los que se pretende medir el nivel de asimilación y dominio de la asignatura. Esta parte supondrá el 70% restante de la calificación final.

No es necesario aprobar cada parte independientemente: basta con que la suma de ambas resulte igual o mayor que 5.

En la corrección de los distintos ejercicios no sólo se tendrá en cuenta el resultado final obtenido, sino también los razonamientos seguidos por el alumno en su desarrollo. Es por tanto fundamental que los distintos

resultados que el alumno presenta en su examen estén debidamente justificados.

5. PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

I. INTRODUCCIÓN

Grados de libertad.

Coordenadas generalizadas.

Desplazamientos reales y desplazamientos virtuales infinitesimales.

Principio de los trabajos virtuales.

Principio de D'Alembert.

Ecuaciones de Lagrange.

II. MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Ligaduras diferenciales.

Extensión de las ecuaciones de Lagrange a sistemas no holónomos.

Multiplicadores de Lagrange.

Determinación de las fuerzas de reacción.

Aplicación a otros campos de la Física y las Matemáticas: Cálculo de valores extremos de funciones sujetas a ligaduras.

III. CINEMÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

Definición de sólido rígido.

Grados de libertad y coordenadas generalizadas.

Sistema del cuerpo y sistema del espacio.

Angulos de Euler.

Teorema de Euler.

Teorema de Chasles.

Velocidad de variación de un vector.

Componentes de la velocidad angular respecto de los ejes del cuerpo.

IV. DINÁMICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

Momento angular y energía cinética de rotación.

Tensor de inercia.

Momento de inercia respecto al eje instantáneo de rotación.

Teorema de Steiner y su generalización.

Ejes principales de inercia.

Ecuaciones de Euler.

Movimiento de un cuerpo rígido libre de momentos.

Trompo simétrico con un punto fijo.

V. PEQUEÑAS OSCILACIONES

Oscilaciones de sistemas con varios grados de libertad.

Condición de equilibrio.

Equilibrio estable e inestable.

Ecuaciones de movimiento.

Ecuación de valores propios.

Frecuencias naturales.

Coordenadas normales.

Modos normales.

Solución general.

Aplicación: Vibraciones libres de una molécula triatómica lineal.

VI. ECUACIONES CANÓNICAS Y TEORÍA DE HAMILTON-JACOBI

Transformaciones de Legendre.

Ecuaciones de Hamilton.

Función de Routh.

Corchetes de Poisson.

Teorema de Poisson.

Los corchetes de Poisson y el método de cuantización canónica.

Principio de mínima acción (Principio de Maupertuis).

Forma de Jacobi del Principio de mínima acción.

Ecuaciones de Hamilton a partir de un principio variacional.

Transformaciones canónicas.

Teorema de Liouville.

Ecuación de Hamilton-Jacobi.

Separación de variables.

Variables de acción.

VII. SISTEMAS CONTINUOS

Formulación de Lagrange para sistemas continuos.

Densidad lagrangiana.

Ecuaciones de Euler-Lagrange.

Tensor de energia-momento.

Densidad hamiltoniana.

Ecuaciones de Hamilton.

6. COMENTARIOS AL PROGRAMA

El programa comienza con un breve repaso de algunos conceptos estudiados previamente en la asignatura de Mecánica y Ondas del primer curso de Licenciatura, que necesitaremos en lo sucesivo. En particular se hace hincapié en la diferencia entre ligaduras holónomas y no holónomas y se recuerda que sólo en el primer caso es posible introducir un conjunto reducido de coordenadas generalizadas que obedecen las ecuaciones de movimiento de Lagrange. A continuación se obtiene el Principio de los trabajos virtuales y el Principio de D'Alembert y se aplica a un sistema con ligaduras arbitrarias (no necesariamente holónomas). Vemos entonces que en el caso particular de ligaduras holónomas se recuperan las ecuaciones de Lagrange conocidas y que, en el caso de sistemas no

holónomos pero con ligaduras diferenciales, es posible obtener nuevas ecuaciones de movimiento en términos de multiplicadores de Lagrange. Posteriormente extendemos el formalismo para buscar los valores extremos de una función arbitraria sometida a ligaduras e ilustramos la teoría resolviendo una serie de problemas que nos permitirán ver cómo los multiplicadores de Lagrange conducen a las expresiones vectoriales de las fuerzas de ligadura que actúan sobre el sistema.

Los capítulos siguientes se dedican al estudio del sólido rígido. En el primero de ellos se aborda la cinemática del sólido rígido y se introducen las herramientas necesarias para caracterizar el estado del sistema. Se estudia el concepto de sistema del cuerpo y sistema del espacio y se introducen los ángulos de Euler.

En el siguiente capítulo se aborda ya el estudio completo de la dinámica del sólido rígido y se plantea y resuelve una gran cantidad de problemas con la intención de familiarizar al alumno con los conceptos teóricos introducidos.

En el capítulo siguiente se estudia en toda su generalidad el problema de pequeñas oscilaciones de sistemas de múltiples grados de libertad, haciendo especial hincapié en su aplicación en ramas como la Física del Estado Sólido o la Física Molecular.

El siguiente capítulo se dedica a la formulación Hamiltoniana de la Mecánica, estudiando en particular las transformaciones canónicas y la Teoría de Hamilton-Jacobi.

Finalmente en el último capítulo del Programa se tratan los sistemas continuos introduciendo el concepto de campo clásico y obteniendo sus ecuaciones de movimiento. Este capítulo resulta especialmente relevante para la Mecánica de Fluidos y la Teoría Cuántica de campos.

7. TEMPORIZACIÓN

Tema 1: 1 semana

Tema 2: 1 semana

Tema 3: 2 semanas

Tema 4: 4 semanas

Tema 5: 2.5 semanas

Tema 6: 2.5 semanas

Tema 7: 2 semanas

8. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Mecánica Clásica, H. Goldstein (Reverté, Barcelona,2000).

Mecánica, Landau y Lifshitz (Reverté, Barcelona,1987).

Analytical Mechanics, L. N. Hand and J. D. Finch (Cambridge University Press, 1998).

Dinámica de Lagrange, D. A. Wells (Serie Schaum, McGraw-Hill).

El libro de Goldstein es un clásico en esta disciplina, y tal como se ha comentado con anterioridad uno de los objetivos del curso es proporcionar al alumno un nivel de conocimientos comparable al de este texto. Se trata por tanto de la referencia básica. Sin embargo, muy frecuentemente este texto se extiende excesivamente en cuestiones accesorias que nosotros intentamos evitar en el desarrollo del Programa de la asignatura, que pretende ser conciso y directo.

El libro de Hand y Finch sigue un esquema similar al anterior pero de forma más concisa.

El libro de Landau y Lifshitz es también adecuado aunque resulta excesivamente breve en el tratamiento de algunos temas. Por otra parte contiene una buena selección de problemas, la mayoría de los cuales ya están contemplados en la colección de clase.

Finalmente, el libro de Wells presenta una colección de problemas resueltos, algunos de los cuales son de nivel comparable al de nuestro curso. De todas formas, la mejor fuente de problemas para la asignatura la constituye la colección de problemas propuestos en clase, que está disponible en la página web de la asignatura:

<http://webpages.ull.es/users/vdelgado/mecanica>