

PROBLEMAS DE MECÁNICA TEÓRICA
(HOJA 4)

1. Considérese el sistema representado en la Fig.1, compuesto por dos varillas delgadas homogéneas (OA y AB), de longitud $2L$ y masa M , unidas por una bisagra en el punto A . La varilla OA pivota alrededor del punto O y el extremo B de la varilla AB se apoya sin rozamiento en el plano XY . A su vez el sistema completo gira alrededor del eje Z . Escribir el lagrangiano del sistema y plantear las ecuaciones de movimiento.
2. El cono homogéneo de la Fig.2, de masa M , radio R , altura h y semiángulo α , gira alrededor de AB con velocidad angular $\dot{\psi}$ y alrededor de OA con velocidad angular $\dot{\phi}$. Por otra parte, el eje AB es libre de moverse formando cualquier ángulo con la vertical. El punto A se encuentra fijo a una determinada altura del suelo y el cono desliza, bajo la acción de un resorte de constante k y longitud natural l_0 a lo largo del eje AB . Escribir el lagrangiano del sistema y plantear las ecuaciones de movimiento.
3. El cilindro homogéneo de la Fig.3, de masa M , radio R y altura L , gira alrededor de AB con velocidad angular $\dot{\psi}$ y alrededor de OA con velocidad angular $\dot{\phi}$. A su vez el eje AB , cuyos extremos se encuentran ensartados en los ejes OA y OB , desliza sin rozamiento sobre estos últimos. Escribir el lagrangiano y ecs. de mov. del sistema.
4. En general un cuerpo rueda sobre otro cuando la velocidad instantánea de los puntos de contacto de ambos cuerpos coincide (con lo cual la velocidad relativa de un punto de contacto respecto del otro es nula, y por tanto no hay deslizamiento). El cilindro de radio R de la Fig.4 tiene su masa M distribuida de tal forma que su centro de masas (CM) se encuentra a una distancia a de su eje de simetría. Uno de sus ejes principales de inercia respecto del CM resulta ser paralelo a dicho eje de simetría y el correspondiente momento de inercia vale I . Este cilindro rueda sobre una superficie horizontal y sobre él rueda un segundo cilindro homogéneo de radio $r < R$ y masa m , que se mantiene siempre en la vertical. Sabiendo que no existe campo gravitatorio escribir el lagrangiano del sistema y plantear las ecuaciones de Lagrange.

