

PROBLEMAS DE MECÁNICA TEÓRICA (HOJA 5)

1. Considérese un sistema de n grados de libertad que realiza pequeñas oscilaciones en torno a una configuración de equilibrio estable. Demostrar que las frecuencias normales de oscilación son reales y que los vectores de amplitudes (que siempre pueden escogerse reales) correspondientes a frecuencias distintas son ortogonales (en un espacio metrico no euclideo, en general).
2. Estudiar el movimiento del sistema de la Fig.1 para pequeños ángulos de oscilación del péndulo.
3. Estudiar los modos normales de oscilación de una molécula libre de CO_2 .
4. Considérese el sistema de la Fig.2 en el que las dos partículas se supone que realizan pequeñas oscilaciones transversales contenidas en el plano del papel. Los tres resortes idénticos (de constante k') que las acoplan entre sí tienen una longitud natural a_0 tal que $a_0 < a$, de modo que cuando el sistema se encuentra en su configuración de equilibrio cada uno de ellos está sometido a una fuerza de módulo F . Estudiar los modos normales del sistema.
5. Considérese el sistema de la Fig.3 en el que una partícula de masa m sostenida por dos resortes idénticos (de constante k y longitud natural l) realiza pequeñas oscilaciones verticales bajo la acción de la gravedad. Encontrar la ecuación del movimiento del sistema.
6. La Fig.4 muestra la configuración de equilibrio de un sistema formado por una barra homogénea de masa m y longitud $2l$ sostenida por dos resortes (de constantes k y $2k$ y longitudes naturales a_1 y a_2 , respectivamente). Estudiar los modos normales de oscilación vertical del sistema.
7. La Fig.5 muestra la configuración de equilibrio de un sistema formado por una barra homogénea de masa m y longitud L acoplada mediante resortes a un cilindro homogéneo de masa M y radio R que rueda sobre la superficie horizontal. Estudiar los modos normales de pequeñas oscilaciones del sistema.

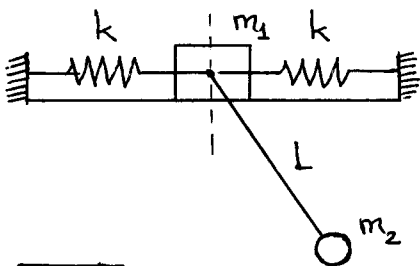


Fig.1

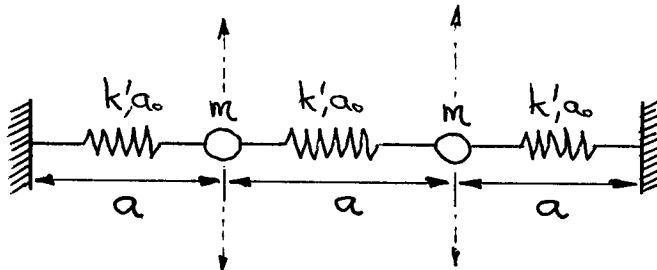


Fig.2

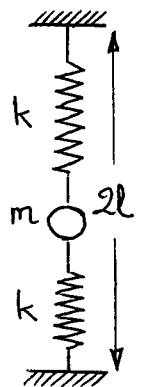


Fig.3

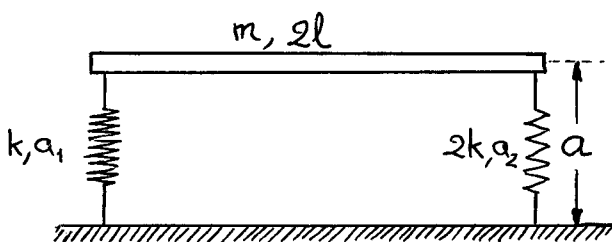


Fig.4

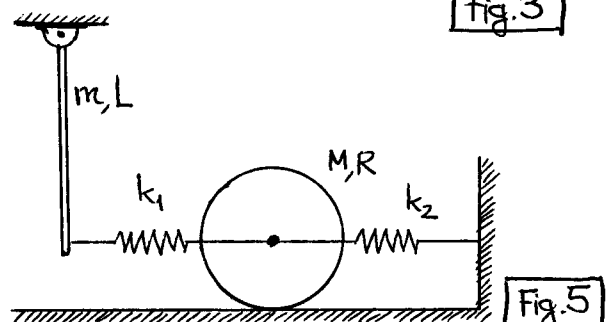


Fig.5