

EXAMEN DE MECÁNICA TEÓRICA

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

TEORIA

1. Sea un sistema no holónimo con ligaduras diferenciales: $\sum_{k=1}^n a_{lk} dq_k + a_{lt} dt = 0$, ($l = 1, \dots, m$). Sabiendo que según el principio de D'Alembert se satisface que

$$\sum_{k=1}^n \left\{ \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} \right] - Q_k^{\text{ext}} \right\} \delta q_k = 0$$

Utilizar los multiplicadores de Lagrange para obtener las ecuaciones de movimiento.

2. Obtener las ecuaciones canónicas de Hamilton a partir del Principio de Hamilton Modificado.

PROBLEMAS

1. Un cono homogéneo de masa m , radio r y semiángulo α rueda por la superficie interior de un cono vertical invertido fijo, de semiángulo $\beta > \alpha$ (Fig. 1). Escribir el lagrangiano del sistema y plantear las ecuaciones de Lagrange.

2. Sea el sistema de la Fig.2, constituido por una barra homogénea de masa m y longitud L , acoplada mediante resortes de constantes k_1 y k_2 a un disco homogéneo de masa M y radio R que rueda sobre una superficie vertical. Se supone que la situación representada en la figura constituye la configuración de equilibrio del sistema. a) Considerar la aproximación de pequeñas oscilaciones y escribir el lagrangiano del sistema en términos de m , L , M , R , k_1 y k_2 . b) Obtener las matrices \bar{T} y \bar{V} .

Considerando los siguientes valores numéricos: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $m = 1 \text{ kg}$, $M = 2 \text{ kg}$, $L = 2 \text{ m}$, $R = 1 \text{ m}$, $k_1 = 1 \text{ Nw/m}$, $k_2 = 2 \text{ Nw/m}$ [$I_b = (1/12)mL^2$, $I_d = (1/2)MR^2$], determínense: c) Las frecuencias naturales de oscilación; d) Los modos normales; e) La solución general; f) La ecuación de transformación de coordenadas normales a coordenadas generalizadas.

